

Exercice 1 – Discriminant

Calculer le discriminant des trinômes suivants :

$$P(x) = x^2 - 7x + 10, \quad Q(x) = 2x^2 + 5x - 3, \quad R(x) = -3x^2 + 4x + 1, \quad S(x) = 5x^2 - 20x + 21.$$

Exercice 2 – Équations

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad 2x^2 + x + 2 = 0 & \text{b)} \quad x^2 - 5x + 6 = 0 & \text{c)} \quad 4x^2 + 4x + 1 = 0 \\ \text{d)} \quad 3x^2 + 2x - 1 = 0 & \text{e)} \quad x^2 + 2x + 5 = 0 & \text{f)} \quad 9x^2 - 12x + 4 = 0 \\ \text{g)} \quad 2x^2 - 7x + 3 = 0 & \text{h)} \quad 3x^2 - 6x + 5 = 0 & \text{i)} \quad x^2 + 4x + 3 = 0 \end{array}$$

Exercice 3 – Factorisation

Factoriser dans $\mathbb{R}[X]$ lorsque cela est possible :

$$A(x) = x^2 - 9x + 20 \quad B(x) = 2x^2 + 5x - 3 \quad C(x) = 3x^2 + 7x + 2 \quad D(x) = x^2 + 4x + 8.$$

Exercice 4 – Équations avec paramètre

Discuter, suivant les valeurs du paramètre réel m (respectivement n et p), le nombre de solutions des équations suivantes. Le cas échéant, donner ces solutions.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad x^2 - 4x + m = 0 & \text{b)} \quad 2x^2 + 3nx + 1 = 0 & \text{c)} \quad \left(p^2 + \frac{1}{4}\right)x^2 + x + 1 = 0 \end{array}$$

Exercice 5 – Signe

Étudier, selon les valeurs de x , le signe des polynômes P , Q et R où :

$$P(x) = x^2 - 7x + 10 \quad Q(x) = -x^2 + 6x - 9 \quad R(x) = x^2 + 2x + 5.$$

Exercice 6 – Équations

Résoudre :

$$x(x+1)(x-3) = 0, \quad x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \quad (*) \quad x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0 \quad (**)$$

Pour les équations $(*)$ et $(**)$ il faut chercher à faire un changement de variable « naturel ».

Exercice 7 – Problèmes

1. Trouver un produit de deux entiers consécutifs égal à 156.
2. Déterminer un rectangle d'aire 60 cm^2 dont la longueur dépasse la largeur de 7 cm.

Exercice 8 – Vrai/Faux

Les notations sont celles utilisées habituellement dans ce chapitre.

- Si $\Delta < 0$, le trinôme ne change jamais de signe.
- Si $\Delta = 0$, la parabole est tangente à l'axe des abscisses.
- Si $c = 0$, alors 0 est racine/solution.
- Si $a > 0$ et $\Delta < 0$, alors le trinôme est strictement négatif.

Exercice 9 – Type Bac

On lance un projectile dont la hauteur h (en mètres) par rapport au sol est donnée par la fonction :

$$h(t) = -5t^2 + 15t + 2,$$

où t désigne le temps (en secondes) écoulé depuis le lancement.

Attention : ce problème est un problème physique : $t = -1$ n'a pas de sens. Le projectile, arrivé au sol, s'arrête : il ne rebondit pas.

1. Déterminer la hauteur initiale du projectile.
2. Déterminer la hauteur maximale du projectile.
3. À quel instant le projectile touche-t-il le sol ?
4. Quels sont les instants où le projectile est strictement au-dessus de 8 mètres ?
5. Quelle est la durée du vol du projectile ?

Exercice 10 – Défi

Déterminer les valeurs de m pour lesquelles l'équation

$$x^2 - (m + 1)x + m = 0$$

admet deux racines dont l'une est le double de l'autre.

Exercice 11 – QCM

Pour chaque question, une ou plusieurs réponses peuvent être correctes.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 5.$$

La forme canonique de f est :

- ☐ A. $f(x) = 2(x - 2)^2 - 3$
- ☐ B. $f(x) = 2(x - 4)^2 + 5$
- ☐ C. Le sommet de la parabole est le point $S(2; -3)$
- ☐ D. La parabole est tournée vers le bas (le sommet est un maximum).

2. On considère l'équation :

$$x^2 - 6x + 5 = 0.$$

Les affirmations suivantes sont vraies :

- ☐ A. Son discriminant est égal à 16.

- ☐ B. L'équation possède deux solutions réelles.
- ☐ C. Les solutions sont -1 et -5 .
- ☐ D. Les solutions sont 1 et 5 .

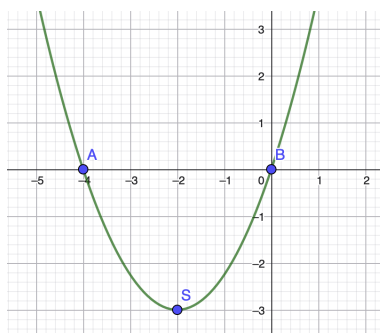
3. On considère la fonction :

$$g(x) = -3x^2 + 12x - 7.$$

- ☐ A. La parabole admet un maximum.
- ☐ B. L'abscisse du sommet est $x = 2$.
- ☐ C. Le maximum de g est égal à 5 .
- ☐ D. La fonction est croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 12 – Lecture graphique d'une parabole

On considère une fonction polynôme du second degré f dont la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ est donnée ci-dessous.



On sait que la parabole $\mathcal{C}_f$ a pour sommet le point $S(-2; -3)$ et qu'un point d'intersection avec l'axe des abscisses est $A(-4; 0)$.

1. Donner une équation cartésienne de l'axe de symétrie de la parabole.
2. Déterminer les coordonnées du 2^{ème} point d'intersection avec l'axe des abscisses en justifiant votre réponse.
3. Déterminer le tableau de variation et le tableau de signe de f .
4. Déterminer l'équation de la parabole.

Exercice 13 - Équation d'une parabole

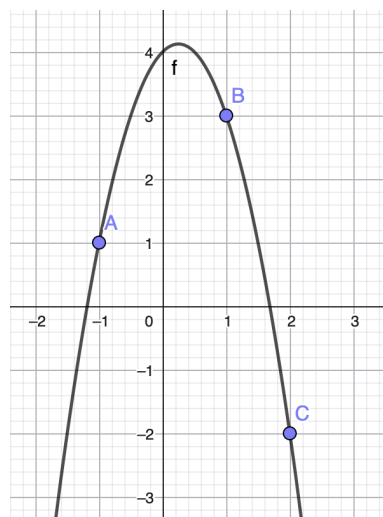
On considère les trois points :

$$A(-1; 1), \quad B(1; 3), \quad C(2; -2).$$

On suppose que ces trois points appartiennent à une même parabole d'équation

$$y = ax^2 + bx + c,$$

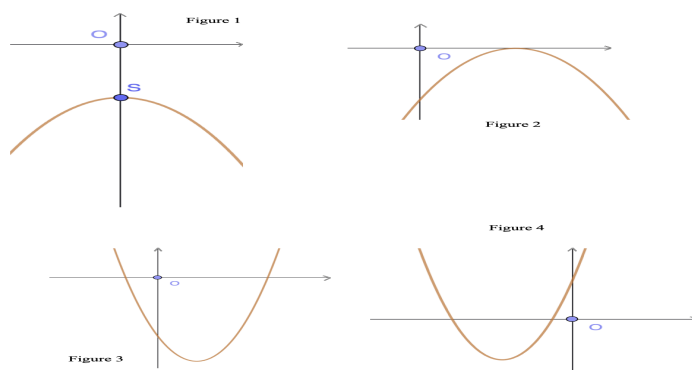
où a , b et c sont des réels.



- Écrire le système de trois équations vérifié par les coefficients a , b et c .
- Résoudre ce système.
- En déduire l'équation cartésienne de la parabole.
- Vérifier que les coordonnées des trois points A , B et C satisfont bien l'équation obtenue.

Exercice 14 - Information sur les coefficients

Les paraboles ci-dessous ont pour équations $y = ax^2 + bx + c$ et le discriminant vaut $b^2 - 4ac$



Pour chacune des figures ci-dessus, donner le **signe** : du *discriminant*, de a , de c et de b .

On utilisera l'intersection avec l'axe (Ox), le sens de la parabole, l'intersection avec l'axe (Oy) et la position du sommet de la parabole.

Pour la figure 1, le sommet est sur l'axe des ordonnées. Pour la figure 2, l'axe des abscisses est tangent à la parabole.

Exercice 15 – Inéquations du second degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

- | | | |
|---------------------------------|-----------------------------|--|
| a) $(2x - 1)(x + 3) > 0$ | b) $-3x^2 + 12x - 9 \leq 0$ | c) $\frac{1}{x^2 - 5x + 6} \geq 0$ |
| d) $\frac{2x - 5}{x^2 - 4} < 0$ | e) $x^2 - 6x + 5 > 0$ | f) $\frac{x + 2}{4x^2 - 12x + 9} \leq 0$ |

Exercice 16 – Exercices « difficiles »

1. Déterminer toutes les valeurs réelles de m pour lesquelles l'équation

$$x^2 - (m + 2)x + 2m = 0$$

admet une racine égale au carré de l'autre.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$x^2 - 6|x| + 5 = 0.$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$x + \sqrt{x^2 - 4x + 7} = 5.$$

4. Déterminer le plus petit réel k tel que

$$x^2 - 6x + k \geq 0$$

pour tout réel x .

5. Déterminer tous les couples (a, b) tels que le trinôme

$$x^2 + ax + b$$

admette deux racines réelles dont la somme est égale au produit.