Devoir surveillé n°1

1re spécialité Mathématiques – Durée : 2 heures – Calculatrice autorisée

Le barème est sur 20 points. La rédaction et le soin seront pris en compte.

Exercice 1 – Vrai/Faux *(2.5 points)*

Pour chaque affirmation, répondre « Vrai » ou « Faux », **sans justification**. Une bonne réponse rapporte $0,5$ point, une mauvaise réponse retire 0,25 point, l'absence de réponse vaut 0 point. La note de l'exercice ne peut pas être négative.

1. L'équation $x^2 - 4x + 5 = 0$ n'admet aucune solution réelle.
2. Si $a > 0$ et $\Delta > 0$, alors le trinôme $ax^2 + bx + c$ est positif sur $\mathbb{R}$.
3. Si a et c sont de signes contraires, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions réelles distinctes.
4. La fonction f définie par $f(x) = -2(x-3)^2 + 5$ admet un minimum égal à 5.
5. Pour tout réel x, $-x^2 + 2x - 3 < 0$.

Exercice 2 – Étude d'une fonction *(3,5 points)*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$.

1. Montrer que, pour tout réel x, $f(x) = 2(x-1)^2 - 8$.
2. En déduire les coordonnées du sommet de la parabole représentant f, l'équation de son axe de symétrie, puis dresser le tableau de variations de f.
3. Factoriser $f(x)$.
4. Dresser le tableau de signes de f.

Exercice 3 – Équations et inéquations *(3,5 points)*

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. Résoudre les équations suivantes :

   a)
   $$3x^2 - x - 2 = 0$$

   b)
   $$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

   c)
   $$x^2 + 2x + 4 = 0$$

2. Résoudre l'inéquation :
   $$-x^2 + 2x + 3 > 0$$

3. Résoudre l'inéquation :
   $$\frac{2x-1}{x^2 - x - 6} \leqslant 0$$

Exercice 4 – Équation paramétrique *(4 points)*

Soit m un réel. On considère l'équation (E_m) : $x^2 - 2mx + 4m - 3 = 0$.

1. Calculer le discriminant de (E_m), puis le factoriser.
2. Discuter, selon les valeurs de m, le nombre de solutions de (E_m).
3. Donner les solutions de (E_m) lorsque $m = 1$, puis lorsque $m = 0$.

Exercice 5 – Équation bicarrée *(2 points)*

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2x^4 - 5x^2 + 2 = 0$.

(On pourra poser $X = x^2$.)

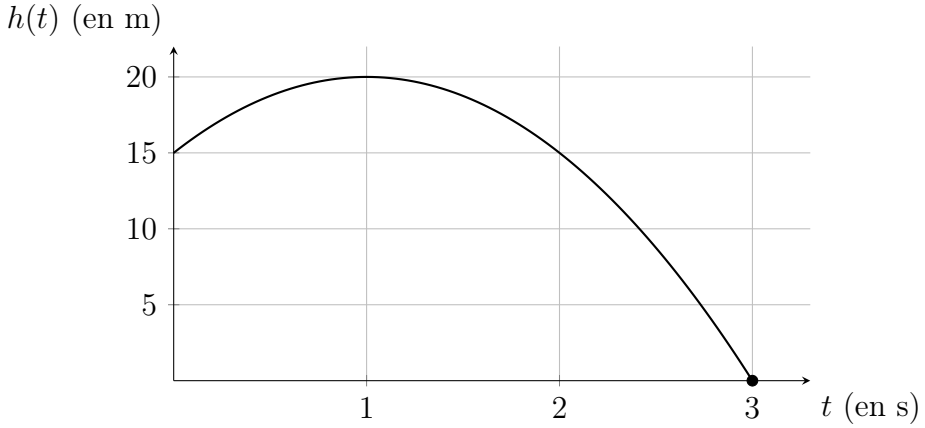
Exercice 6 – Le projectile *(4 points)*

Un projectile est lancé depuis le haut d'une falaise. Sa hauteur h (en mètres) au-dessus du sol, t secondes après le lancement, est donnée par

$$h(t) = -5t^2 + 10t + 15.$$

Attention : il s'agit d'un problème physique : $t \geqslant 0$, et le projectile s'arrête dès qu'il touche le sol (il ne rebondit pas).

1. Quelle est la hauteur initiale du projectile ?
2. Déterminer la hauteur maximale atteinte par le projectile et l'instant où elle est atteinte.
3. À quel instant le projectile touche-t-il le sol ? En déduire la durée du vol.
4. À quel autre instant le projectile se trouve-t-il à la hauteur de départ ?
5. Déterminer les instants où le projectile est strictement à plus de 18 mètres du sol.



Le graphique est donné uniquement pour vous aider à comprendre le problème.
Les résultats doivent être obtenus par des calculs à partir de l'expression algébrique de la fonction h.
Il ne faut donc pas s'appuyer sur les valeurs lues graphiquement.

Le graphique est donné uniquement pour vous aider à comprendre le problème.
Les résultats doivent être obtenus par des calculs à partir de l'expression algébrique de la fonction h.
Il ne faut donc pas s'appuyer sur les valeurs lues graphiquement.