Correction du devoir surveillé n°1 du 3 Octobre 2026

Exercice 1 – Vrai/Faux

Réponses attendues : **V, F, V, F, V** (les justifications ci-dessous ne sont pas demandées aux élèves).

1. **Vrai.** $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16 - 20 = -4 < 0$.
2. **Faux.** Si $\Delta > 0$, le trinôme est négatif entre ses racines. Contre-exemple : $x^2 - 1$ en $x = 0$.
3. **Vrai.** Si $ac < 0$, alors $-4ac > 0$ donc $\Delta = b^2 - 4ac > 0$.
4. **Faux.** Ici $a = -2 < 0$: la parabole est tournée vers le bas, f admet un *maximum* égal à 5, atteint en $x = 3$.
5. **Vrai.** $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times (-3) = 4 - 12 = -8 < 0$ et $a = -1 < 0$, donc le trinôme est strictement négatif sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 – Étude d'une fonction

1. Pour tout réel x :

$$2(x-1)^2 - 8 = 2(x^2 - 2x + 1) - 8 = 2x^2 - 4x + 2 - 8 = 2x^2 - 4x - 6 = f(x).$$

2. La forme canonique $f(x) = 2(x-1)^2 - 8$ donne le sommet $S(1\,;-8)$ et l'axe de symétrie d'équation $x = 1$. Comme $a = 2 > 0$, f est décroissante sur $]-\infty\,;1]$ puis croissante sur $[1\,;+\infty[$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-8	$\nearrow$	$+\infty$

3. $f(x) = 0 \iff 2(x-1)^2 = 8 \iff (x-1)^2 = 4 \iff x = 3$ ou $x = -1$. Ou bien : $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 2 \times (-6) = 64$, $x_{1,2} = \dfrac{4 \pm 8}{4}$. Donc

$$f(x) = 2(x+1)(x-3).$$

4. $a = 2 > 0$: f est du signe de a à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 3 – Équations et inéquations

1.
   a) $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 3 \times (-2) = 25 > 0$, donc $x_{1,2} = \dfrac{1 \pm 5}{6}$. $\mathcal{S} = \left\{-\dfrac{2}{3}\,;\,1\right\}$.

   b) $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 4 \times 9 = 144 - 144 = 0$, donc une solution double $x_0 = \dfrac{12}{8} = \dfrac{3}{2}$. $\mathcal{S} = \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.

   c) $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 4 = -12 < 0$. $\mathcal{S} = \varnothing$.

2. $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 3 = 16 > 0$, racines $x = \dfrac{-2 \pm 4}{-2}$, soit -1 et 3. Comme $a = -1 < 0$, le trinôme est strictement positif entre les racines.

$$\mathcal{S} =]-1\,;3[.$$

3. Valeurs interdites : $x^2 - x - 6 = 0$. Ici $\Delta = 1 + 24 = 25$, donc les racines sont $\dfrac{1 \pm 5}{2}$, soit -2 et 3. Le numérateur s'annule en $\dfrac{1}{2}$.

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$2x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2-x-6		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
quotient		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

On cherche le quotient $\leqslant 0$ (valeurs interdites exclues, $\frac{1}{2}$ inclus) :

$$\mathcal{S} =]-\infty\,;-2[\ \cup\ \left[\tfrac{1}{2}\,;3\right[.$$

Exercice 4 – Équation paramétrique

1. $$\Delta = (-2m)^2 - 4(4m-3) = 4m^2 - 16m + 12 = 4(m^2-4m+3) = 4(m-1)(m-3).$$
   En effet, m^2-4m+3 a pour racines évidentes 1 et 3.
2. Δ est du signe de $(m-1)(m-3)$, trinôme de coefficient dominant positif, donc :
   — si $m<1$ ou $m>3$: $\Delta>0$, **deux** solutions réelles distinctes ;
   — si $m=1$ ou $m=3$: $\Delta=0$, **une** solution (double) ;
   — si $1<m<3$: $\Delta<0$, **aucune** solution réelle.
   Lorsque $\Delta>0$, les solutions sont $x = m \pm \sqrt{(m-1)(m-3)}$.
3. — $m=1$: $x^2-2x+1=0$, soit $(x-1)^2=0$, donc $\mathcal{S}=\{1\}$.
   — $m=0$: $x^2-3=0$, donc $\mathcal{S}=\{-\sqrt{3}\,;\sqrt{3}\}$.

Exercice 5 – Équation bicarrée

On pose $X=x^2$ (avec $X\geqslant 0$). L'équation devient $2X^2-5X+2=0$.

$\Delta = 25-16=9$, donc $X_1 = \dfrac{5-3}{4} = \dfrac{1}{2}$ et $X_2 = \dfrac{5+3}{4} = 2$. Les deux valeurs sont positives, donc acceptables.

— $x^2 = \dfrac{1}{2} \iff x = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$;
— $x^2 = 2 \iff x = \pm\sqrt{2}$.

$$\mathcal{S} = \left\{-\sqrt{2}\,;\,-\frac{\sqrt{2}}{2}\,;\,\frac{\sqrt{2}}{2}\,;\,\sqrt{2}\right\}.$$

Exercice 6 – Le projectile

1. *(0,5 pt)* $h(0)=15$: la hauteur initiale est de 15 m.
2. La parabole est tournée vers le bas ($a=-5<0$), le maximum est atteint au sommet : $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{10}{-10} = 1$ et $h(1) = -5+10+15 = 20$. Forme canonique : $h(t) = -5(t-1)^2+20$. Le projectile atteint sa hauteur maximale de 20 m à l'instant $t=1$ s.
3. $h(t)=0 \iff -5t^2+10t+15=0 \iff t^2-2t-3=0$. $\Delta = 4+12=16$, donc $t = \dfrac{2\pm 4}{2}$, soit $t=-1$ ou $t=3$. La valeur $t=-1$ est rejetée (le temps est positif). Le projectile touche le sol à $t=3$ s ; la durée du vol est de 3 secondes.
4. $h(t)=15 \iff -5t^2+10t=0 \iff -5t(t-2)=0 \iff t=0$ ou $t=2$. Le projectile se retrouve à 15 m à l'instant $t=2$ s.
5. $h(t)>18 \iff -5t^2+10t-3>0 \iff 5t^2-10t+3<0$. $\Delta = 100-60=40$, donc les racines sont $t_{1,2} = \dfrac{10\pm 2\sqrt{10}}{10} = 1\pm\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. Comme $5>0$, le trinôme est négatif entre les racines. Ces racines sont dans $[0\,;3]$ ($\frac{\sqrt{10}}{5}\approx 0{,}63$). Le projectile est à plus de 18 m pour

$$t \in \left]\,1-\frac{\sqrt{10}}{5}\,;\,1+\frac{\sqrt{10}}{5}\,\right[\quad \text{soit environ }]0{,}37\,;1{,}63[\text{ secondes.}$$